

**stichting
mathematisch
centrum**



AFDELING MATHEMATISCHE STATISTIEK

SD 112/78 APRIL

J. HEMELRIJK, F.J.A. OVERWEEL &
C.J. WARMER

AANZANDING OF ONTGRONDING IN DE WESTELIJKE
WADDENZEE

2e boerhaavestraat 49 amsterdam

Printed at the Mathematical Centre, 49, 2e Boerhaavestraat, Amsterdam.

The Mathematical Centre, founded the 11-th of February 1946, is a non-profit institution aiming at the promotion of pure mathematics and its applications. It is sponsored by the Netherlands Government through the Netherlands Organization for the Advancement of Pure Research (Z.W.O).

Aanzanding of ontgronding in de Westelijke Waddenzee

door

J. Hemelrijk, F.J.A. Overweel en C.J. Warmer

SAMENVATTING

Statistische analyse van twee series lodingen in de Westelijke Waddenzee leidende tot globaal betrouwbaarheidsinterval voor de gemiddelde aanzanding van 0,0 tot 1,0 dm.

TREFWOORDEN: *statistische consultatie*

Inhoud

1. Inleiding	1
2. Gegevens en methoden	1
3. Globale methode	4
4. Vakkenonderzoek	6
5. Conclusies en aanbevelingen	13
6. Appendix	14

INLEIDING

In 1966/67 en in 1973 zijn in de Westelijke Waddenzee lodingen verricht. Deze twee series waarnemingen geven wij in dit rapport aan met serie A en serie B. De vraag, die in dit rapport behandeld wordt is, of deze lodingen wijzen op aanzanding of ontgronding, gemiddeld over de gehele Westelijke Waddenzee, in de periode tussen de beide series waarnemingen. Daarbij wordt gebruik gemaakt van verschillende categorieën van gegevens en van elkaar aanvullende analysemethoden. Dit laatste was gewenst wegens onzekerheden in het waarnemingsmateriaal, die het baseren van een conclusie op één statistische analysemethode al te hachelijk maakten. De gegevens en hun herkomst, alsmede een samenvattende beschouwing over de gebruikte methoden treft men in hoofdstuk 2. Uitwerking en toepassing daarvan in latere hoofdstukken.

2. GEGEVENS EN METHODEN

2.1. Gegevens met herkomst

Aan de kop van iedere paragraaf van deze sectie treft men de naam aan van de methode waarmee de betrokken gegevens verkregen zijn.

2.1.1. Planimetreermethode

Waterstaat geeft een schatting van 0,5 dm op voor de gemiddelde aanzanding van de Westelijke Waddenzee. Deze waarde was het eindresultaat van een, statistisch gezien, gecompliceerde verwerkingsmethode van de series A en B afzonderlijk. Op kaarten worden de lodingsresultaten uitgezet, vervolgens worden lijnen van constante diepte getekend, en door planimetreren worden daaruit, voor A en B, de cumulatieve verdelingen van de diepte in een grafiek uitgezet. Opnieuw door planimetreren wordt daarna voor de verschillende vakken de inhoud bepaald. Het verschil tussen A en B leverde over de gehele Westelijke Waddenzee een schatting van de aanzanding ten bedrage van 0,5 dm.

2.1.2. Nauwkeurighedsanalyse

Gegevens over de nauwkeurigheid van de metingen werden verkregen door twee reeksen meervoudige metingen te verrichten. De analyse van deze metingen en de conclusies waartoe deze leidde zijn te vinden in een rapport van het Mathematisch Centrum, te weten: SD 111/78, Analyse van de nauwkeurigheid van lodingen in de Westelijke Waddenzee, door P. Groeneboom, J. Hemelrijk en F.J.A. Overweel. Waar in dit rapport gebruik zal worden gemaakt van deze gegevens zal de plaats waar deze te vinden zijn worden vermeld.

2.1.3. Rastermethode

Voor een zestal vakken, t.w. de vakken 105, 106, 107, 108, 117 en 118, werd gebruik gemaakt van de oorspronkelijke lodingen van serie A en B. Voor de verwerking van deze gegevens werd een speciaal daartoe ontworpen methode ontwikkeld (de rastermethode). De achtergrond daarvan vindt men in 2.2.2, een uitvoerige beschrijving in hoofdstuk 4. In het kort komt de methode daarop neer dat over de kaart met de genoemde vakken een raster is gelegd van vierkantjes van $200 \times 200 \text{ m}^2$ en dat binnen ieder vierkantje voor serie A en B de gemiddelde diepte is bepaald. Met de zo verkregen cijfers wordt dan verder gewerkt.

2.1.4. Verdere gegevens

Voor de verwerking was verder van belang hoeveel van de lodingen verricht waren door de verschillende schepen. Dit gegeven, verkregen van Waterstaat, staat vermeld in tabel 2.1.

Tabel 2.1 Oppervlaktefracties van de door verschillende schepen verrichte lodingen

schip	serie A	serie B
Oude Caranan	0,05	-
Oude Onrust	0,05	-
Flevo	0,15	0,20
Caranan	0,15	0,11
Onrust	0,15	0,05
A. Vierlingh	0,10	0,19
Breesem	0,35	0,35
Falga	-	0,04
Omdraai	-	0,01
Scheer	-	0,05

Verder was het totale aantal metingen in serie A ongeveer 229.000 en in B 133.000. Het aantal raaien in de Westelijke Waddenzee, waarover de metingen waren verdeeld, was ongeveer 2100.

2.2. Analysemethoden

Hoewel de analysemethoden verderop uitvoeriger worden beschreven, geven wij hier een voorbeschouwing, waarin algemene aspecten worden besproken.

2.2.1. Globale methode

Bij deze methode wordt gewerkt met het model van het rapport SD 111/78, zoals beschreven in hoofdstuk 2 en 9.3. De gebruikte methode is globaal in die zin, dat hij berust op schattingen van de varianties, die in het model voorkomen en dat, voor het ondervangen van onzekerheden, een veiligheidsmarge is ingebouwd. Bovendien wordt hierbij het onder 2.1.1 vermelde gegeven van 0,5 dm geschatte aanzanding gebruikt alsof dit gemiddelde langs directe weg uit metingen verkregen was, waarbij de onbekende effecten van het grafisch gladstrijken, het planimetreren en de subjectieve invloed

van tekenaars daarop noodgedwongen buiten beschouwing zijn gelaten. Verder is er nog het feit dat tussen de series A en B de meetapparatuur op de schepen vervangen is. Al met al reden genoeg om van een globale methode te spreken in dubbele betekenis: ten eerste heeft de methode betrekking op het gehele meetgebied ineens en ten tweede dragen de uitkomsten wat hun nauwkeurigheid betreft slechts een globaal karakter.

2.2.2. Rastermethode

Hierover in in 2.1.3 reeds iets gezegd. Nu echter iets over de achtergrond. Gezien de onzekerheden, die in 2.2.1 kort zijn aangegeven werd gezocht naar een middel om althans voor een deel van de Westelijke Waddenzee een methode te gebruiken waarbij niet gebruik wordt gemaakt van de planimetremethode maar van de oorspronkelijke lodingscijfers zelf. Zo wordt althans een deel van de onzekerheden uitgeschakeld. Bovendien zijn vakken gekozen die bij serie A en B door eenzelfde schip gemeten zijn (i.c. de A. Vierlingh). Daarmee wordt een tweede bron van onnauwkeurigheid, het systematische verschil tussen de schepen, uitgeschakeld. Tenslotte is de gebruikte methode (zie hoofdstuk 4) zo voorzichtig, dat aan de resultaten meer vertrouwen kan worden gehecht dan aan die van de globale methode zelf. Bepaalde uitkomsten blijken nu de globale methode te ondersteunen zodat de rastermethode, ondanks bepaalde verderop te bespreken beperkingen in toepassingsmogelijkheid, succesvol kan worden genoemd.

3. GLOBALE METHODE

Bij de globale methode wordt gehandeld alsof het gegeven 2.1.1: 0,5 dm geschatte aanzanding verkregen was als verschil van twee gemiddelden $\bar{Y}^{(A)}$ en $\bar{Y}^{(B)}$ van de twee series, of althans wordt verondersteld dat de onnauwkeurigheid van de planimetremethode gelijk is aan die van de schatting

$$(3.1) \quad \bar{d} \stackrel{\text{def}}{=} \bar{Y}^{(A)} - \bar{Y}^{(B)} .$$

De variantie van $\bar{d}$ valt nu uiteen in drie bijdragen:

3.1. Puntmeetfout

Volgens conclusie 10.4.4 van SD 111/78 kan F^2 globaal op 4 dm^2 gesteld worden. Volgens 2.1.4 is het aantal metingen in serie A ongeveer 229.000 en in serie B ongeveer 133.000. Daarom wordt, op grond van de modelveronderstellingen (zie SD 111/78 hoofdstuk 2) een bijdrage tot $\sigma^2(\underline{\bar{d}})$ verkregen van naar schatting

$$4(1/229.000 + 1/133.000) \approx 10^{-4} \text{ dm}^2.$$

3.2. Vaarteffect

Volgens conclusie 10.3.1 van SD 111/78 kan W^2 globaal op $0,5 \text{ dm}^2$ gesteld worden. Volgens 2.1.4 zijn er ongeveer 2100 raaien gevaren, zodat een bijdrage tot $\sigma^2(\underline{\bar{d}})$ verkregen wordt van naar schatting

$$2 \times 0,5 / 2100 \approx 5 \cdot 10^{-4} \text{ dm}^2.$$

3.3. Schipeffect

Volgens conclusie 10.2 van SD 111/78 kan T^2 globaal op 1 dm^2 gesteld worden. Zijn nu g_j resp. h_j de in tabel 2.1 vermelde oppervlaktefracties van de door de verschillende schepen gemeten gedeelten van de Westelijke Waddenzee, dan is de bijdrage tot $\sigma^2(\underline{\bar{d}})$ naar schatting

$$(3.2) \quad T^2 \sum_{j=1}^p (g_j - h_j)^2.$$

Deze formule wordt in hoofdstuk 6 afgeleid. Met $T^2 = 1$ en de gegevens van tabel 2.1 leidt dit tot een geschatte bijdrage van

$$0,031 \text{ dm}^2.$$

Hierbij vallen de onder 3.1 en 3.2 genoemde bijdragen in het niet, zodat wij rekening moeten houden met een standaardafwijking van naar schatting:

$$(3.3) \quad \sigma(\underline{\bar{d}}) \approx \sqrt{0,031} = 0,18 \text{ dm}.$$

Hierbij dient opgemerkt te worden, dat deze uitkomst via formule (3.2) berust op de veronderstelling van volledige persistentie van het systematische verschil tussen de schepen. Dit is, gegeven de grote systematische verschillen, de meest gunstige veronderstelling, die echter door het nauwkeurigheds-onderzoek wordt gesteund, evenals (zie hoofdstuk 4) door de uitkomsten van de rastermethode. Zonder deze veronderstelling zou $\sigma(\bar{d})$ groter worden. Om nu tegen de onzekerheden, die hier en in 2.2.1 zijn genoemd, enigszins gedekt te zijn, hebben wij als betrouwbaarheidsinterval voor de gemiddelde aanzanding gewerkt met $\pm 3\sigma(\bar{d})$ en zo verkregen, met afronding op cm:

$$(3.4) \quad 0,5 \pm 3 \times 0,18 = (0,0;1,0)\text{dm}.$$

4. VAKKENONDERZOEK

4.1. De vakken

Daar het tekenen van de dieptelijnen op de kaarten, waarop de lodingsresultaten zijn aangegeven, een duidelijk subjectief element bevat, terwijl ook het effect van zulk een gladstrijkmethode niet bekend is, werd gezocht naar een statistische analysemethode, die objectiever van aard is, maar voldoende aansluit bij de planimetreermethode om de resultaten vergelijkbaar te maken. Daartoe werd door Waterstaat een zestal aan elkaar grenzende vakken uitgekozen, waarin volgens de planimetreermethode duidelijk aanzanding leek te hebben plaatsgevonden en die bovendien bij serie A en B door hetzelfde schip waren gelood. Dit schip was de A. Vierlingh en de vakken droegen de nummers 105, 106, 107, 108, 117 en 118. Zij zijn in fig. 4.1. geschetst.

4.2. Planimetreer-resultaten

Op ieder van de vakken werd door Waterstaat de planimetreermethode toegepast. De zo gevonden gemiddelde aanzanding (of ontgronding als de aanzanding negatief was), tot NAP toe, staat in kolom I van tabel 4.2. De gemiddelde aanzanding over de platen samen bedroeg volgens deze methode 0,92 dm.

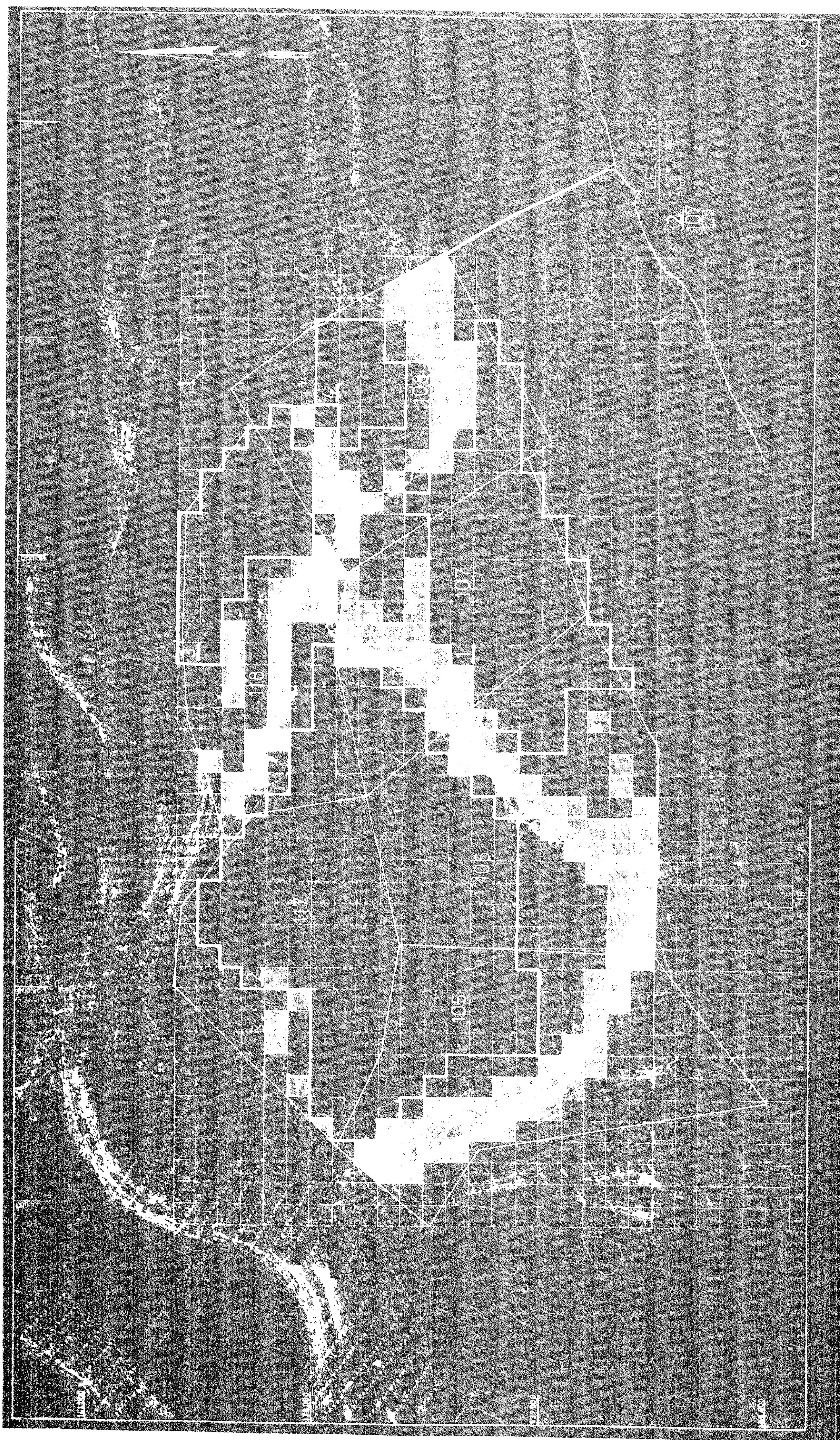


Fig. 4.1 Het raster over 6 vakken; platen 1,...,4; geulen gearceerd

Tabel 4.2. Gemiddelde aanzanding in 6 vakken

I : planimetreermethode

II: rastermethode

Vak no	Aanzanding (dm)			
	I	II	II plaat	II geul
105	0,69	1,6	2,61	-1,44
106	1,30	0,63	0,78	0,12
107	1,52	2,63	2,44	3,32
108	1,81	0,76	0,63	1,06
117	2,25	2,61	2,62	2,43
118	-2,00	-1,96	-0,55	-6,32
totaal	0,92	1,04	1,49	-0,57

Op dit bedrag kan om te beginnen de globale methode van hoofdstuk 3 worden toegepast. Daarbij valt het schipeffect uit, omdat beide keren door de A. Vierlingh is gemeten. Volgens SD 111/78 conclusies 10.3.2 en 10.4.5 dienen wij voor W^2 en F^2 de waarden $2,5 \text{ dm}^2$ resp. 10 dm^2 aan te houden. Het totale aantal meetpunten was nu ongeveer 3000 (voor A) en 2500 (voor B), het aantal raaien 85 (voor A) en 135 (voor B). Voor $\underline{d}$, het gemiddelde verschil, wordt dan een standaardafwijking verkregen (naar schatting):

$$(4.2.1) \quad \sigma(\underline{d}) \approx \{2,5(1/85+1/135) + 10(1/3000+1/2500)\}^{\frac{1}{2}} = 0,24 \text{ dm.}$$

Met $\pm 3\sigma(\underline{d})$ wordt dan een betrouwbaarheidsinterval gevonden van

$$(4.2.2) \quad 0,92 \pm 3 \times 0,24 = (0,2; 1,64) \text{ dm.}$$

OPMERKING 4.2.

In het tweede lid van (4.2.1) is de eerste term aanzienlijk groter dan de tweede. Als het schipeffect afwezig is wordt het vaarteffect de belangrijkste foutenbron.

4.3. Rastermethode

De rastermethode berust nu op het volgende principe. Over de kaart wordt een raster getekend met een maas van 200 m, zodat vierkantjes van $200 \times 200 \text{ m}^2$ ontstaan. Deze grootte werd gekozen om enerzijds een voldoende groot aantal vierkantjes te verkrijgen, anderzijds toch ongeveer 4 meetpunten (gemiddeld) per vierkantje te hebben. Dit aantal meetpunten wisselde nogal, maar dat was niet te voorkomen. In ieder vierkantje werd nu het gemiddelde van de daarin liggende metingen bepaald. Ieder zo verkregen gemiddelde heeft dan betrekking op eenzelfde oppervlakte. In de "moeilijke" vierkantjes (met steile stukken) bevinden zich meer metingen dan in de "gemakkelijke" (platen), hetgeen tot gevolg heeft dat de nauwkeurigheid van de gemiddelden groter is dan anders het geval zou zijn. Voor ieder vierkantje werd nu het verschil bepaald van het A-gemiddelde (bij serie A) en het B-gemiddelde (bij serie B) en met deze verschillen werd verder gewerkt. Vierkantjes, die slechts gedeeltelijk in een vak liggen werden daarbij half geteld. De per vak verkregen gemiddelden zijn in kolom II van tabel 4.2 vermeld. Het totale gemiddelde was 1,04 dm aanzanding.

4.4. Splitsing naar plaat en geul

Naar reeds vroeger is opgemerkt is de meetnauwkeurigheid op platen groter dan in geulen. Voor de rastermethode geldt dit ook. Als een geul tussen serie A en B verschoven is, dan zullen tussen de A- en B-gemiddelden van eenzelfde vakje grote verschillen, zowel in positieve als in negatieve zin kunnen optreden, ook als er in totaal geheel geen zand is verdwenen of bijgekomen. Dit betekent dat de variantie van de verschillen dan zeer groot kan worden. De methode is daarom wat toetsing van de aanwezigheid van aanzanding of ontgronding betreft alleen geschikt voor platen, ja zelfs alleen voor gebieden, die bij serie A en bij serie B beide platen waren. Voor geulen en platen samen kan men nog wel redelijke schattingen verwachten, maar een behoorlijke toetsing valt alleen bij platen te verwachten. Daarom werd het geheel gesplitst in plaat en geul; de geul-gebieden zijn in fig. 4.1 gearceerd aangegeven. De keuze of een bepaald vierkantje tot het geul-gebied behoort, bevat een subjectief element, daar dit voor het huidige

onderzoek ad hoc is gedaan op grond van de diepte-kaarten. In grote lijnen werd echter de bedoelde splitsing in plaat en geul wel verkregen. De resultaten zijn in tabel 4.2 in de kolommen II plaat en II geul vermeld.

4.5. Commentaar bij tabel 4.2

Vergelijken wij de resultaten van de planimetreermethode en de rastermethode (kolom I en II) dan zien wij grote verschillen in de afzonderlijke vakken ^{*}), maar een redelijke overeenstemming voor het totaal (alle vakken samen). Opvallend is dat ook een redelijke overeenstemming verkregen wordt in vak 117, waarin weinig geul voorkomt. In vak 107 is bij II geul een opvallend grote aanzanding te zien; dit bleek veroorzaakt te worden, doordat de bij serie A in dit vak aanwezige geul bij serie B verdwenen was naar een ander vak (nl. 118). Bekijken wij het verschil tussen platen en geulen, dan zien wij een flinke gemiddelde aanzanding bij de platen (ook in vak 117 volgens de planimetreermethode) en, naar schatting, ontgronding in het geulgebied. Dit is een niet onbelangrijk resultaat. Immers in 2.2.1 is vermeld dat tussen A en B de apparatuur van de schepen vernieuwd is. Indien hierdoor een nieuw (en onbekend) systematisch verschil tussen de series A en B zou zijn ontstaan, zou de in hoofdstuk 3 beschreven globale methode op losse schroeven (of: op nog lossere schroeven) komen te staan. Het resultaat dat hier door de splitsing in plaat en geul verkregen is, wijst echter niet op een dergelijk systematisch verschil, daar een tegengesteld effect bij platen en geulen daarvan niet te verwachten zou zijn. Dit verleent enige steun aan het standpunt dat van deze vernieuwing van apparatuur geen systematische fout verwacht behoeft te worden.

4.6. Verdere analyse volgens de rastermethode

Berekent men nu uit de gevonden verschillen d_i (per vierkantje) de varianties van die verschillen (rekening houdende met het half meetellen van gedeeltelijk in het betrokken gebied gelegen vierkantjes), dan verkrijgt men de in tabel 4.6 vermelde uitkomsten.

^{*}) Een deel van deze verschillen kan veroorzaakt zijn doordat de getallen in kolom I tot NAP zijn, en die in II ook platen boven NAP insluiten.

Tabel 4.6. Varianties van gemiddelde verschillen bij de rastermethode

Gebied	Aantal vierk. (n)	Variantie s_d^2
plaat	553,5	16,30
geul	154,5	209,72
totaal	708	59,31

$$s_d^2 = \frac{1}{n-1} \sum_i (d_i - \bar{d})^2 \quad (\text{met weging voor halve vierkantjes}).$$

Hierbij springt direct in het oog dat de methode voor het geulgebied minder geschikt is. Door de verschuiving van geulen wordt s_d^2 daar te groot. We kijken daarom naar de platen. Voor de platen tezamen was $\bar{d} = 1,49$ dm (zie tabel 4.2). Voor de berekening van een schatting van $\sigma^2(\bar{d})$ kan men nu niet zonder meer s_d^2/n nemen, daar de vierkantjes niet onafhankelijk zijn. Eén raai strekt zich nl. over meerdere vierkantjes uit en het vaarteffect veroorzaakt daardoor afhankelijkheden. Nu zijn er in totaal 708 vierkantjes en bij A 85 raaien, bij B 135. Het aantal vierkantjes gemiddeld per raai bedraagt daarom

$$\text{bij A: } 708/85 = 8,3$$

$$\text{bij B: } 708/135 = 5,2$$

dus gemiddeld 6,75. Dit betekent dat de formule

$$(4.6.1) \quad \sigma^2(\bar{d}) \approx 6,75 \, s_d^2/n$$

verantwoord is. Voor de platen geeft dit

$$(4.6.2) \quad \text{platen totaal: } \sigma(\bar{d}) \approx 0,45.$$

De factor 6,75 is aan de voorzichtige kant, daar een (helaas onbekend) deel van s_d^2 niet van het vaarteffect afkomstig is maar van veranderingen in de bodem. Daarom gebruiken wij hier als factor voor de berekening van een

betrouwbaarheidsinterval de gebruikelijke waarde $2: \pm 2\sigma(\bar{d})$. Dit geeft

$$(4.6.3) \quad 1,49 \pm 2 \times 0,45 = (0,6; 2,4) \text{ dm.}$$

Voert men soortgelijke berekeningen voor de geulen of voor het totaal uit, dan blijkt dat de rastermethode voor de geulen volstrekt ongeschikt is: er komt geen bruikbaar resultaat. Dit is te zien aan de grote waarden van s_d^2 in tabel 4.6 en de reden is besproken in 4.4. Het positieve resultaat van dit deel van het onderzoek is, dat voor de platen van het betrokken gebied een duidelijke aanzanding gevonden wordt zonder dat dit resultaat berust op schattingen van varianties die verkregen zijn uit achteraf verrichte meervoudige waarnemingen.

4.7. Vier samenhangende platen

De in 4.6 bekeken platen werden vrij willekeurig begrensd door de scheidingslijnen van de vakken. Daarom zijn ook nog 4 samenhangende platen beschouwd, die in fig. 4.1 door dikke lijnen begrensd zijn en de nummers 1, 2, 3 en 4 hebben gekregen. Daarbij zijn meer nog dan in 4.6 alleen vierkantjes genomen die zowel bij serie A als bij serie B tot een plaat behoorden. Op grond hiervan mag men verwachten dat de resultaten voor deze platen duidelijk zullen zijn. In tabel 4.7 zijn deze resultaten samengevat (methode als in 4.6).

Tabel 4.7. Aanzanding voor 4 samenhangende platen

Plaat no	$\bar{d}(\text{dm})$	aantal vierk.	s_d^2	Betr. grenzen (dm)	
1	2,23	87	3,06	1,26	3,20
2	1,37	195,5	8,07	0,31	2,43
3	0,90	37,5	1,93	-0,28	2,08
4	0,72	18	5,52	-2,16	3,60
totaal	1,51	338	6,20	0,81	2,21

De resultaten vertonen een duidelijk patroon. De aanzanding op de grote platen 1 en 2 is duidelijk positief, evenals voor alle 4 platen samen. De kleine platen 3 en 4 blijven, op zichzelf beschouwd, twijfelachtig.

4.8. Verdere opmerkingen over het vakkenonderzoek

De rastermethode levert op verschillende punten ondersteuning op voor de resultaten van de planimetreermethode en de globale analyse van de uitkomst daarvan. Behalve de in de vorige paragrafen verkregen resultaten werd ook voor verschillende vakken een grafische vergelijking gemaakt van planimetreermethode en rasteronderzoek. Daartoe werden de cumulatieve dieptegrafieken, die voor de vakken afzonderlijk (en voor A zowel als B) met de planimetreermethode waren verkregen, eveneens met behulp van de rastermethode vervaardigd. De vorm van de verkregen krommen stemde voor beide methoden goed overeen. In één geval werd een duidelijk vormverschil gevonden in de buurt van 3 à 4 m diepte. Toen nagegaan werd door welke vierkantjes dit verschil werd veroorzaakt, bleek dat dit 8 à 10 vierkantjes waren, die alle in of op de rand van het geul-gebied lagen. Dit bevestigt de reeds eerder vermelde conclusie, dat de rastermethode vooral geschikt is voor platen. Het vermoeden is gerechtvaardigd, dat ook de planimetreermethode voor de platen tot aanzienlijk betrouwbaardere uitkomsten zou leiden dan voor geulen.

5. CONCLUSIES EN AANBEVELINGEN

5.1. Conclusies

Conclusie 5.1.1.

De gemiddelde aanzanding van de Westelijke Waddenzee tussen 1966/67 en 1973 ligt vermoedelijk tussen 0,0 en 1,0 dm. Op grond van onzekere factoren, waarover geen definitief uitsluitsel te verkrijgen is, valt voor deze uitspraak geen precieze in een getal uitgedrukte betrouwbaarheid aan te geven. Bij de berekeningen is echter op verschillende punten uit voorzichtigheid een veiligheidsmarge toegevoegd. Voor besluitvorming is het daarom o.i. verantwoord rekening te houden met een geringe gemiddelde aanzanding; met

ontgronding van enige betekenis behoeft, althans gemiddeld, geen rekening te worden gehouden. Bij onttrekking van zand aan de Waddenzee dient men echter de uitwerking daarvan nauwkeurig te volgen.

Conclusie 5.1.2.

Bij meer gedetailleerd onderzoek van 6 vakken bleek, dat in die vakken op de platen duidelijk aanzanding had plaatsgevonden, mogelijk ten koste van de geulen. Hieruit valt niet te concluderen, dat dit elders in de Waddenzee ook zo zou zijn, maar dit zou men desgewenst nader kunnen onderzoeken.

5.2. Aanbevelingen

Bij toekomstige analyses verdient het aanbeveling de planimetreermethode en de rastermethode naast elkaar te gebruiken. Splitsing in plaat en niet-plaat (geul en omgeving) is ook voor beide methoden aan te bevelen. Bij toekomstige metingen kan men, door het opzetten van een nieuw, bijv. rechthoekig, systeem van raaien, eventueel aangevuld met extra metingen in geulen en op hellingen, de doeltreffendheid van de rastermethode vergroten. Tevens is het uiterst belangrijk herhaalde metingen te laten uitvoeren volgens een schema dat eliminatie door statistische vereffening van schipeffect en vaarteffect mogelijk maakt. Nog belangrijker zal het zijn de oorzaken van schipeffect en vaarteffect op te sporen en zo mogelijk op te heffen.

6. APPENDIX: afleiding van formule (3.2)

Laat $\tau_1, \dots, \tau_p$ de schipeffecten voorstellen, p onafhankelijke stochastische grootheden uit een verdeling met verwachting 0 en variantie T^2 . Laat schip no. j bij serie A een fractie g_j en bij serie B een fractie h_j van de metingen hebben verricht, ($\sum g_j = \sum h_j = 1$), dan bedraagt de bijdrage tot het gemiddelde verschil $\bar{d}$, die deze schipeffecten leveren:

$$\underline{\Delta} \equiv \sum_{j=1}^p (g_j - h_j) \tau_j.$$

Uit de onafhankelijkheid van de τ_j volgt nu direct:

$$\sigma^2(\underline{\Delta}) = \sigma^2(\underline{\tau}) \sum_{j=1}^p (g_j - h_j)^2,$$

en daar $\sigma^2(\underline{\tau}) = T^2$ wordt (3.2) verkregen.